

# เฉลยการบ้านรายวิชา SCMA115

## ครั้งที่ 1

1. จงหา  $\frac{d}{dx} \left[ \frac{x^{3/4} \sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5} \right]$

วิธีทำ กำหนดให้

$$\begin{aligned} u &= x^{3/4} & \Rightarrow \frac{du}{dx} &= \frac{3}{4}x^{-1/4} \\ v &= \sqrt{x^2+1} & \Rightarrow \frac{dv}{dx} &= (x^2+1)^{-1/2} \\ w &= (3x+2)^5 & \Rightarrow \frac{dw}{dx} &= 15(3x+2)^4 \end{aligned}$$

ดังนั้น เราสามารถใช้ กฎลูกโซ่ (chain rule) ในการหาคำตอบได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[ \frac{x^{3/4} \sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5} \right] &= \frac{d}{dx} \left[ \frac{u \cdot v}{w} \right] \\ &= \frac{w \frac{d}{dx} [u \cdot v] - (u \cdot v) \frac{dw}{dx}}{w^2} \\ &= \frac{w(u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}) - (u \cdot v) \frac{dw}{dx}}{w^2} \end{aligned}$$

แทนค่าของอนุพันธ์ลงในสมการข้างบนได้คำตอบ

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{x^{3/4} \sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5} \right] = \frac{x^{3/4}(x^2+1)^{-1/2} + \frac{3}{4}x^{-1/4}\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^5} - \frac{15x^{3/4}\sqrt{x^2+1}}{(3x+2)^6}$$

2. จงหา  $\frac{d}{dx} [x^{\sqrt{x}}]$

วิธีทำ กำหนดให้  $y = x^{\sqrt{x}}$  แล้วจะได้ว่า  $y = e^{\ln x^{\sqrt{x}}} = e^{\sqrt{x} \ln x}$  ดังนั้น เราสามารถใช้กฎลูกโซ่ในการหาคำตอบได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{d}{dx} [e^{\sqrt{x} \ln x}] \\ &= e^{\sqrt{x} \ln x} \left( \frac{\sqrt{x}}{x} + \ln x \frac{1}{2}x^{-1/2} \right) \\ &= e^{\sqrt{x} \ln x} \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \right) \\ &= x^{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} \right) \end{aligned}$$

นอกจากนี้เรายังสามารถหาคำตอบได้โดยใช้การหาอนุพันธ์แบบปริยาย (implicit differentiation) ของสมการ  $\ln y = \sqrt{x} \ln x$  (ลองทำดู)